京都医療科学大学
Kyoto College of Medical Science

入試対策講座　数学

２０２１年１２月１８日

講師：竹内 充（代々木ゼミナール）

傾向と対策

１．基本的な事項に関する問題が多い

　難問が出題されることは少ない．教科書の例題が万遍なく解けるような学力があれば，合格点は確保できるであろう．基本的な定理・公式を自由自在に使いこなすことができるよう訓練しておくことが大切である．

２．多彩な分野からの出題・融合問題が多い

　多彩な分野からの問題を凝縮しようという意図が見受けられる．出題範囲をくまなく包括的に学習することが必要である．苦手分野を作ってはならない．

３．計算力の充実が必要である

　定型的な問題が多いため，計算ミスを犯すと得点率を大きく下げることになる．本番入試までに計算力を鍛錬しておこう．

過去問研究

【１】

$x = \dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ の分母を有理化すると $x = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{5}$ となる．$x^2 = \boxed{\text{ウ}}\,x - \boxed{\text{エ}}$ と表すことができるので，$x^3 = \boxed{\text{オ}}\,x - \boxed{\text{カ}} = \boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{5}$ となる．（ただし，$\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ク}}$ までは整数である．）

（2021 年度一般入試前期　大問 1 (2)）

《解答例》

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \\
&= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\
&= 5 - 4\sqrt{5} + 4 = \mathbf{9} - \mathbf{4}\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

である．よって，

$$x - 9 = -4\sqrt{5}$$

$$(x-9)^2 = (-4\sqrt{5})^2$$

$$x^2 - 18x + 81 = 80 \qquad \therefore\ x^2 = \mathbf{18}x - \mathbf{1}$$

となるから，

$$
\begin{aligned}
x^3 &= x \cdot x^2 \\
&= x(18x-1) \\
&= 18x^2 - x \\
&= 18(18x-1) - x \\
&= \mathbf{323}x - \mathbf{18} \\
&= 323(9-4\sqrt{5}) - 18 = \mathbf{2889} - \mathbf{1292}\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

である．

【２】

　$\triangle$ABC において，AB$=\sqrt{11}$，BC$=6$，CA$=5$，$\angle$ABC$=\theta$ とし，頂点 A から辺 BC またはその延長に引いた垂線を AH とするとき，次の問いに答えなさい．

(1) $\cos\theta$ の値を求めなさい．

(2) $\triangle$ABC の外接円の半径 R を求めなさい．

(3) AH と BH の長さを求めなさい．

(4) $\triangle$ABH の内接円の半径を r とするとき，$2rR$ の値を求めなさい．

（2021 年度一般入試前期　大問３）

《考え方》

三角形の面積公式

　$\triangle$ABC において，$\angle$A，$\angle$B，$\angle$C の大きさをそれぞれ A，B，C とし，$a=$BC，$b=$CA，$c=$AB とすると，$\triangle$ABC の面積 S は，

$$S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$$

で与えられる．

《解答例》

(1)　AB^2+CA$^2=$BC^2 が成り立つので，$\triangle$ABC は $\angle$BAC$=90^\circ$ の直角三角形である $\cdots$①．よって $\cos\theta=\dfrac{\text{AB}}{\text{BC}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{11}}{6}}$，$\sin\theta=\dfrac{\text{CA}}{\text{BC}}=\dfrac{5}{6}$ である．

(2)　① より $\triangle$ABC の外接円の半径 R は最大辺 BC の長さの $\dfrac{1}{2}$，すなわち $R=\mathbf{3}$ である．

(3)　(1) の結果より AH=AB$\sin\theta=\sqrt{11}\cdot\dfrac{5}{6}=\boldsymbol{\dfrac{5}{6}\sqrt{11}}$，BH=AB$\cos\theta=\sqrt{11}\cdot\dfrac{\sqrt{11}}{6}=\boldsymbol{\dfrac{11}{6}}$ となる．

(4)　BH$=a$，AH$=b$，AB$=c$ とし，$\triangle$ABH の面積を 2 通りで表して，

$$\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}r(a+b+c)\qquad\therefore\ r=\frac{ab}{a+b+c}\ \cdots②$$

を得る．

　(2) の結果から $R=3$. これと ② より，$2rR=2\cdot\dfrac{ab}{a+b+c}\cdot3=\dfrac{6ab}{a+b+c}\ \cdots$③ となる．

　今，$a=\dfrac{11}{6}$，$b=\dfrac{5}{6}\sqrt{11}$，$a=\sqrt{11}$ なので，③ により，

$$\begin{aligned}2rR &= \frac{6\cdot\frac{11}{6}\cdot\frac{5}{6}\sqrt{11}}{\frac{11}{6}+\frac{5}{6}\sqrt{11}+\sqrt{11}}\\ &= \frac{11\cdot5}{\sqrt{11}+11}\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{5\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}} \\
&= \frac{5\sqrt{11}(\sqrt{11}-1)}{(\sqrt{11}+1)(\sqrt{11}-1)} \\
&= \boldsymbol{\frac{11-\sqrt{11}}{2}}
\end{aligned}
$$

となる.