京都医療科学大学
Kyoto College of Medical Science

入試対策講座　数 学

2021年10月

講師：竹内 充（代々木ゼミナール）

傾向と対策

１．基本的な事項に関する問題が多い

難問が出題されることは少ない．教科書の例題が万遍なく解けるような学力があれば，合格点は確保できるであろう．基本的な定理・公式を自由自在に使いこなすことができるよう訓練しておくことが大切である．

２．多彩な分野からの出題・融合問題が多い

多彩な分野からの問題を凝縮しようという意図が見受けられる．出題範囲をくまなく包括的に学習することが必要である．苦手分野を作ってはならない．

３．計算力の充実が必要である

定型的な問題が多いため，計算ミスを犯すと得点率を大きく下げることになる．本番入試までに計算力を鍛錬しておこう．

過去問研究

【1】

$(x-1)y^2+(x-2)y+(y+1)x^2-1$ を因数分解すると $\boxed{\quad ア \quad}$ である．

（2021 年度推薦入試・社会人入試基礎学力試験　大問 1 (1)）

《解答例》

$$
\begin{aligned}
(x-1)y^2+(x-2)y+(y+1)x^2-1 &= (y+1)x^2+(y^2+y)x-y^2-2y-1 \\
&= (y+1)x^2+y(y+1)x-(y+1)^2 \\
&= (y+1)\{x^2+yx-(y+1)\} \\
&= (y+1)(x-1)(x+y+1) \\
&= \boldsymbol{(x-1)(y+1)(x+y+1)}
\end{aligned}
$$

【2】

2次関数 $f(x)=ax^2-2a(a+1)x+a(a+1)^2+a-2$ において，$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標を $(p,\ q)$ とおくとき，次の問いに答えなさい．ただし，a は $a\neq 0$ の実数とする．なお，計算過程も解答欄に記入すること．

(1) q を p を用いて表しなさい．

(2) $p=3$ のときの2次関数 $f(x)$ を求めなさい．

(3) 2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸が異なる2つの点で交わるときの a の値の範囲を求めなさい．また，この2つの交点の距離が2となるときの a の値と関数 $f(x)$ の最小値 m を求めなさい．

（2021年度推薦入試・社会人入試基礎学力試験　大問3）

《解答例》

(1)　$f(x)=a\{x-(a+1)\}^2+a-2\cdots(*)$ であるから $y=f(x)$ のグラフの頂点は点 $(a+1,\ a-2)$ である．よって $p=a+1$，$q=a-2$ であり，式 $\boldsymbol{q=p-3}$ が成り立つ．

(2)　(1) より $p=a+1$ である．よって $p=3$ のとき $a+1=3$ $\therefore a=2$ であり，すると $(*)$ より，

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x-3)^2 \\ &= \boldsymbol{2x^2-12x+18} \end{aligned}$$

となる．

(3)　2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸が異なる2つの点で交わるので，次の (i) あるいは (ii) が成り立つ．

(i)　グラフが下に凸であり，かつ頂点の y 座標 q が負．

(ii)　グラフが上に凸であり，かつ頂点の y 座標 q が正．

(1) より $q=a-2$ である．よって (i) のとき，

$$\begin{cases} a>0 \\ a-2<0 \end{cases} \qquad \therefore 0<a<2$$

であり，(ii) のとき，

$$\begin{cases} a<0 \\ a-2>0 \end{cases} \qquad \therefore \begin{cases} a<0 \\ a>2 \end{cases}$$

であるがこれを満たす a は存在しない．よって求める a の値の範囲は $\boldsymbol{0<a<2}$ である．

$(*)$ より，2次方程式 $f(x)=0$ の解は，

$$a\{x-(a+1)\}^2+a-2=0$$

$$\{x-(a+1)\}^2=\frac{2-a}{a}$$

$$x-(a+1)=\pm\sqrt{\frac{2-a}{a}} \qquad \therefore x=a+1\pm\sqrt{\frac{2-a}{a}}$$

となり，この 2 つの x の値が $y=f(x)$ のグラフと x 軸との 2 交点の x 座標である．今，2 交点の距離が 2 なので，

$$a+1+\sqrt{\frac{2-a}{a}}-\left(a+1-\sqrt{\frac{2-a}{a}}\right)=2$$

$$2\sqrt{\frac{2-a}{a}}=2$$

$$\frac{2-a}{a}=1 \qquad \therefore a=\mathbf{1}$$

である．このとき $(*)$ より $f(x)=(x-2)^2-1$ であり，$f(x)$ の最小値 m の値は $m=\mathbf{-1}$ となる．